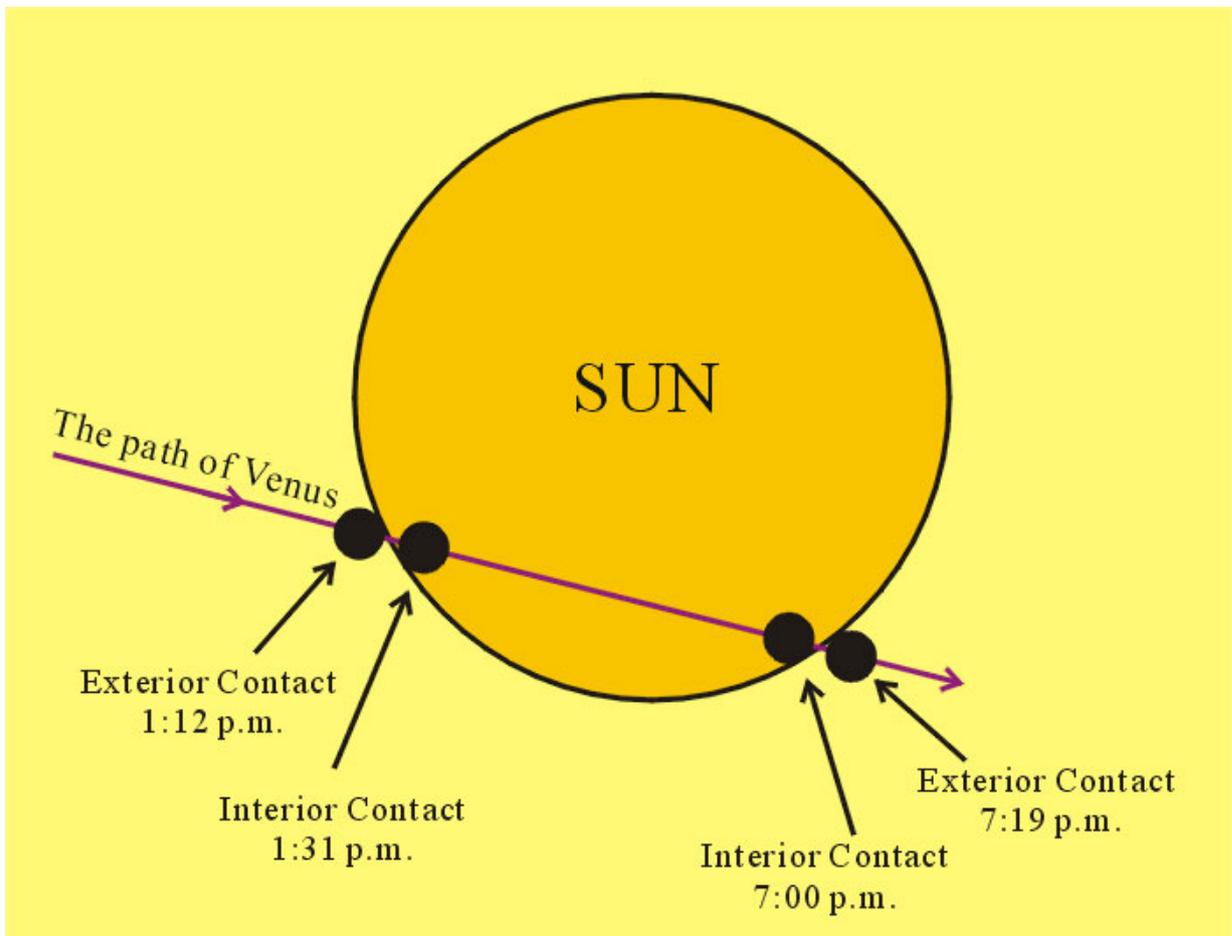


## ¿Cómo puede ser utilizado el tránsito de Venus para determinar la distancia Tierra-Sol?

Leonarda Fucili, Rupert Genseberger y Rosa M. Ros



## ¿Cómo puede ser utilizado el tránsito de Venus para determinar la distancia Tierra-Sol?

Leonarda Fucili, Rupert Genseberger y Rosa M. Ros\*

### Nivel

Básico para la comprensión de otros conceptos, se requieren algunas nociones de matemática.

### Objetivos

- Entender el concepto de paralaje, en particular, cómo el ángulo de paralaje disminuye a medida que aumenta la distancia.
- Entender la relación entre la paralaje y el tránsito de Venus.

### Antecedentes

Según la capacidad de los estudiantes es posible:

- presentar la paralaje como una relación cuantitativa entre los ángulos y distancias de paralaje sin introducir relaciones numéricas. En este caso no se requiere formación matemática.
- si el profesor quiere lograr resultados numéricos, los estudiantes sólo tienen que saber la definición de la función tangente.

### Materiales necesarios

Un poste de 2 o 2,5 m de alto (la pared del patio de juegos o un poste para las actividades deportivas también se puede utilizar)

Pintura (fácilmente visible desde varios metros)

Pajitas

Cinta adhesiva

Hilo

Un plomo para pescar

Cartón

Un pasador

Un par de tijeras

### Recursos

Un cuadrante sencillo

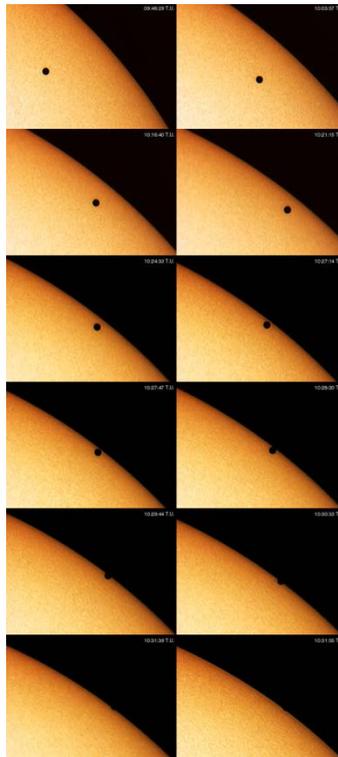
Una herramienta para medir ángulos horizontales

## Introducción

Entorno al 1690, Edmond Halley observó un tránsito de Mercurio por delante del Sol. En esta situación el disco solar forma un fondo brillante para el disco oscuro del planeta. A causa de la paralaje, las posiciones sobre el disco solar

deben variar para los diferentes lugares de la Tierra. Dado que Mercurio está muy cerca del Sol, Halley tuvo la idea de que Venus podría ser más útil para determinar la distancia. Halley propuso su método en 1691 (Pannekoek, p. 285), con las siguientes palabras: "esto va a ser el único tipo de observación que en el próximo siglo revelará la distancia desde el Sol a la Tierra con la máxima precisión". Indicó que habría tránsitos de Venus en 1761 y 1769 (Halley murió en 1742).

La paralaje es un método de cálculo de distancias. Como Venus pasa entre la Tierra y el Sol, la silueta de su disco se puede ver fácilmente a través de un telescopio (con un filtro oscuro).



El tránsito de Mercurio el 7 de mayo de 2003. Mercurio aparece como un pequeño círculo oscuro en el sol.

El contorno circular del Sol ofrece una referencia para medir la paralaje de Venus y deducir la paralaje del Sol. Astrónomos situados a grandes distancias en la Tierra observan el tránsito al mismo tiempo y registran la hora exacta de entrada y salida de Venus a través del disco solar. Estos tiempos se diferencian de un observador a otro debido a los puntos de observación divergentes. Mediante la combinación de sus mediciones del tiempo, los astrónomos pueden calcular la paralaje y, finalmente, deducir la distancia Tierra-Sol.

Los estudiantes pueden entender este método midiendo las distancias hasta diversos objetivos en su entorno gracias a la paralaje. En primer lugar tendrán que construir un simple instrumento para medir ángulos. Las nociones

matemáticas necesarias para esta actividad no son difíciles. No es imprescindible usar la trigonometría si sólo se observa el fenómeno, pero ésta puede ser útil si se desean resultados numéricos.

## La paralaje: una relación entre ángulos y distancias

Los estudiantes pueden observar que el ángulo de paralaje disminuye a medida que aumenta la distancia al objeto. Si el objeto está muy lejos, el ángulo de paralaje es muy pequeño. A continuación presentaremos un experimento para introducir este concepto.

### Experimento 1

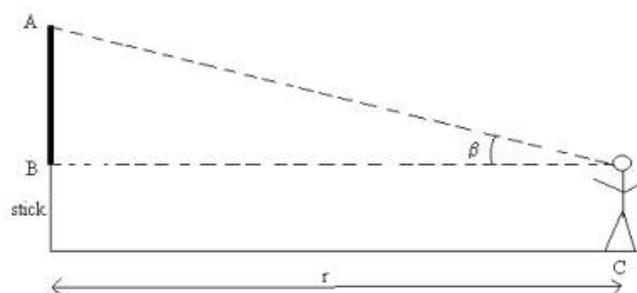
Al obtener las relaciones entre la distancia  $r$  y el ángulo  $\beta$  cuando observan el objeto, los estudiantes notarán que el ángulo disminuye a medida que la distancia al objeto aumenta.

Fijamos verticalmente un poste (2 o 2,5 m de altura) en el patio de la escuela.

Marcamos dos puntos, A y B, en el poste. Con el fin de simplificar las matemáticas, es una buena idea marcar el punto B a 1 metro o 1,5 m del suelo (aproximadamente la misma altura que los estudiantes que están haciendo el experimento).

El punto A será marcado a 1 metro o 1,5 m por encima de B. Entonces la distancia AB es conocida.

Los estudiantes medirán el ángulo  $\beta$  desde el punto C utilizando un cuadrante construido por ellos mismos como se ve en la fotografía.



Según su edad, podrán verificar:

Si hacen la medición desde muy lejos el ángulo disminuye: como más grande es la distancia, menor es la paralaje.

Si los estudiantes conocen la definición de la función tangente, pueden determinar la distancia desde el punto C hasta el palo utilizando la longitud AB y el ángulo  $\beta$  que subtiende.

Si conocen la distancia AB sobre el poste y el ángulo  $\beta$  de las mediciones del cuadrante. Por definición,  $\beta \tan = AB / r$ , luego se puede calcular

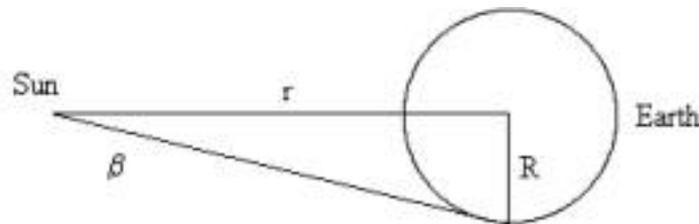
$$r = AB / \tan \beta$$

Por supuesto, el ángulo disminuye al aumentar la distancia  $r$ . En el caso de ángulos muy pequeños, es posible sustituir el ángulo  $\beta$  por  $\tan \beta$ .



### Definición de la paralaje (la paralaje horizontal)

Por definición, la paralaje del Sol es el ángulo  $\beta$  que se muestra a continuación:



Por trigonometría,  $\tan \beta = R / r$ , pero el ángulo  $\beta$  es pequeño con lo cual  $\tan \beta$  se puede aproximar por  $\beta$ , medido en radianes.  $R$  es el radio de la Tierra y  $r$  es la distancia entre la Tierra y el objeto. Podemos calcular  $r$  utilizando la relación

$$r = R / \beta$$

La medición de ángulos pequeños es un problema difícil cuando la paralaje se utiliza para estimar distancias. El método de la paralaje sólo se puede utilizar para medir distancias a cuerpos cercanos a la Tierra. Por ejemplo, el Sol está demasiado lejos. Sólo la Luna, Marte y Venus son accesibles.

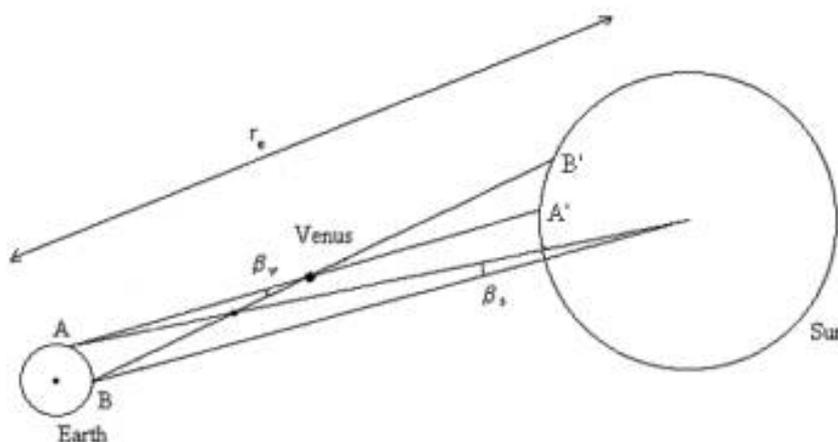


Figura a escala de la Tierra, la Luna y la distancia entre las dos

## La paralaje y el Tránsito de Venus

En realidad, cuando se realiza el experimento 1, el observador está situado en el vértice del ángulo  $\beta$ . Hay que comparar esta situación con la observación del tránsito de Venus.

Cuando el tránsito se observa desde dos lugares diferentes en la Tierra, se utiliza el concepto de paralaje solar  $\beta_s$ . Este ángulo no se puede observar, porque el observador tendría que estar situado en el sol. El valor de  $\beta_s$  se calcula a partir de la paralaje de Venus  $\beta_v$  utilizando relaciones matemáticas. Entonces la pregunta es, ¿cómo es posible conocer  $\beta_v$  si no se pueden hacer observaciones desde Venus? Para aclararlo presentamos a continuación un nuevo experimento.



### Experimento 2

Cuando levantas un dedo y lo miras primero con el ojo izquierdo y luego sólo con el ojo derecho, el dedo parece cambiar de posición con respecto a un fondo distante. Este es el fenómeno de la paralaje.

### Experimento 3

Levanta el dedo de nuevo a la nariz y mira un objeto cercano. Abre y cierra los ojos alternativamente como antes, y observa el aparente cambio de posición del dedo. Ahora mueve el dedo un poco más lejos y abre y cierra de nuevo los ojos. El desplazamiento debido a la paralaje es menor de lo que era antes. Moviendo el dedo aún más lejos el desplazamiento se vuelve aún más pequeño.

Se puede deducir la siguiente regla: cuanto más lejos está un objeto, menor es su paralaje, y al revés: cuanto menor es la paralaje, más lejos el objeto.

Aquí está la clave para medir las distancias de los objetos que nos rodean, desde los objetos situados a unos centímetros de distancia a las estrellas del espacio exterior.



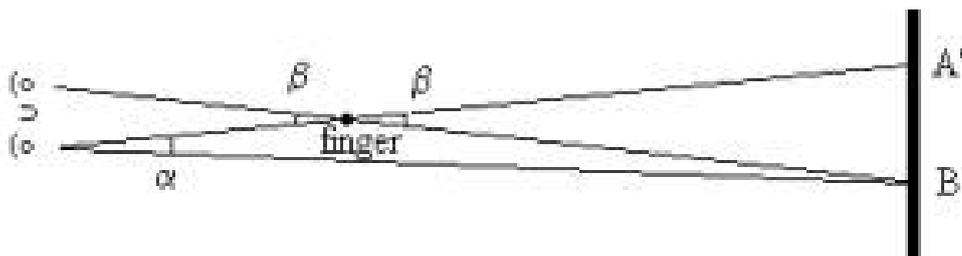
## La medición de distancias por paralaje con dibujos a escala

### Experimento 4

Para un enfoque práctico de la situación del tránsito, tratamos de estudiar los experimentos anteriores desde un punto de vista geométrico.

Tenemos que centrarnos en alguna referencia detrás del objeto hasta el cual queremos estimar la distancia. Tenemos que construir un triángulo, pero de una manera un poco diferente del ejemplo de la triangulación. Para no complicar las cosas, tratamos de medir la distancia desde los ojos a un dedo de nuestro brazo extendido. Mira el dedo con tu ojo derecho. Céntrate en una referencia en la pared o más allá, que esté justo detrás del dedo, y recuerda esta referencia (A'). Ahora mira el dedo con el ojo izquierdo: ahora tendrás otra referencia (B'), detrás de tu dedo. Si abres y cierras alternativamente cada ojo, el dedo parece moverse de la marca A' a la B' y viceversa.

Este es el fenómeno de la paralaje, y  $\beta$  es el ángulo de paralaje de tu dedo. Cuando te centras directamente en las referencias A' y B' (y no en el dedo), puedes fácilmente medir el ángulo  $\alpha$  con tu herramienta de medir ángulos. La situación es como se muestra en el dibujo adjunto.



En el dibujo, el ángulo  $\alpha$  es algo menor que el  $\beta$ , pero cuanto más lejos están las referencias, más y más similares son los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ . Así que cuando mides  $\beta$ , conoces el ángulo de paralaje de tu dedo. Cuando tomas la distancia entre tus ojos como la línea de base, puedes dibujar a escala todo el triángulo y puedes medir directamente con una regla la distancia entre tus ojos y tu dedo. Puedes hacer este experimento en la realidad. Mide la distancia entre los ojos con una regla. Mide  $\alpha$  con la herramienta de medir ángulos tal como se ve en la fotografía. Puedes tomar referencias en la pared de tu clase, y también referencias que se ven fuera por la ventana. Haz un dibujo a escala y utilízalo para determinar la distancia entre tus ojos y tu dedo. Comprueba la respuesta midiendo esta distancia directamente con una regla o una cinta métrica.



### Experimento 5

Ahora puedes utilizar el mismo método al aire libre, por ejemplo, para medir la distancia hasta un árbol. Esta vez no se utiliza como línea de base la distancia entre los ojos, pero una más grande, como la distancia entre dos puntos de observación que no son visibles el uno para el otro. A partir de esos puntos, dos observadores al mismo tiempo (o el mismo observador en dos momentos diferentes) tienen que mirar un objeto remoto (una referencia) en el horizonte que esté alineado con su posición y el árbol. Cada uno de ellos se centra en un marcador específico alineado con el árbol: para un observador la referencia será A', para el otro B'. Luego intercambian información sobre los marcadores y ambos pueden medir directamente el ángulo entre los dos marcadores, la paralaje del árbol. La longitud de la línea de base y el ángulo de paralaje forman de nuevo un triángulo que se puede dibujar a escala para deducir la distancia hasta el árbol.

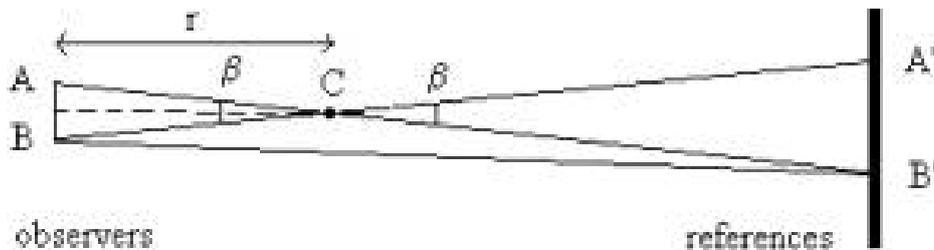
¡Ten en cuenta que este método funciona también cuando los observadores no se pueden ver el uno al otro! Ambos tienen que ser capaces de ver el árbol y los marcadores A' y B' en el horizonte.

Este método fue utilizado por primera vez para determinar la distancia a la Luna. Entre 1671 y 1673, Richer, Picard y Cassini lo utilizaron para determinar la distancia hasta Marte. Eligieron un momento en que Marte era lo más cerca posible de la Tierra. Es importante que:

- los dos observadores estén lo más lejos posible el uno del otro
- utilicen las estrellas como marcadores
- observen exactamente en el mismo tiempo cuál estrella, desde cada posición, está cubierta por Marte
- realicen las observaciones cuando Marte esté lo más cerca de la Tierra

Si los estudiantes conocen un poco de trigonometría pueden utilizar las mismas medidas para hacer cálculos.

### Cálculo de distancias por paralaje usando la trigonometría



Usando la trigonometría, en particular la definición de la tangente, en uno de los triángulos rectángulos de la izquierda,

$$r = (AB / 2) / (\tan \beta / 2)$$

puesto que el ángulo  $\beta$  es pequeño,  $\tan \beta$  se puede aproximar por  $\beta$  medidos en radianes y la fórmula puede simplificarse,

$$r = AB / \beta$$

Ten en cuenta que  $\beta$  no se puede medir directamente, pero mediante el uso de varias relaciones matemáticas durante el tránsito de Venus, se puede calcular la paralaje.

#### Referencias

<http://www.eso.org/public/outreach/eduoff/vt-2004/Education/EduSheet2.PDF>

\*Material realizado por miembros de EAAE para el Tránsito de Venus de 2004  
[www.eaae-astronomy.org](http://www.eaae-astronomy.org)